# II.4.3 DREPTE DIN PLANELE DE PROIECȚIE

## I. DREPTE CE APARȚIN UNUI PLAN DE PROIECȚIE

1. $\overline{D} \in$ **[H]**
2. $\overline{D} \in$ **[V]**
3. $\overline{D} \in$ **[W]**

## II. DREPTE CE APARȚIN AMBELOR PLANE DE PROIECȚIE

1. $\overline{D} \in$ **[V] şi** $\overline{D} \in$ **[W]**
2. $\overline{D} \in$ **[H] şi** $\overline{D} \in$ **[W]**
3. $\overline{D} \in$ **[H] şi** $\overline{D} \in$ **[V]**

# I. DREPTE CE APARȚIN UNUI PLAN DE PROIECȚIE

## 1. $\overline{D} \in$ [H]

Fie H $\in$ [H] (vezi II.1 Proiecția ortogonală a punctului. Puncte particulare)

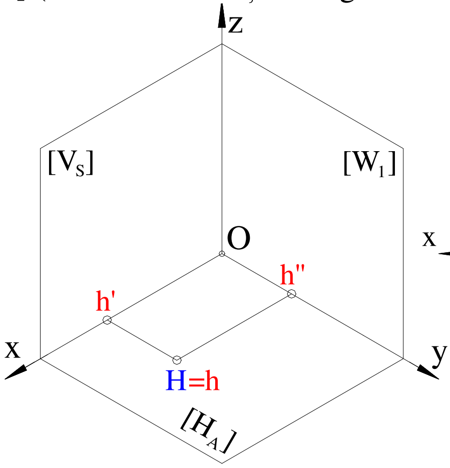



Fig.II.2.168

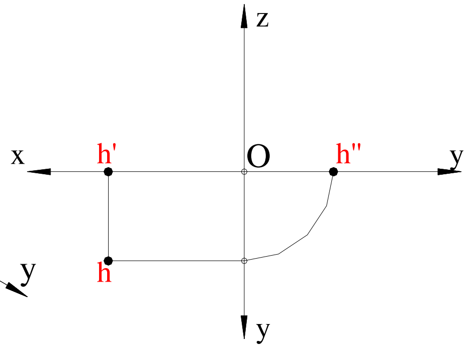



Fig.II.2.169

şi $H_1 \neq H_2$; $H_1 \in$ [H], $H_2 \in$ [H], $H_1 + H_2 = \overline{D}$

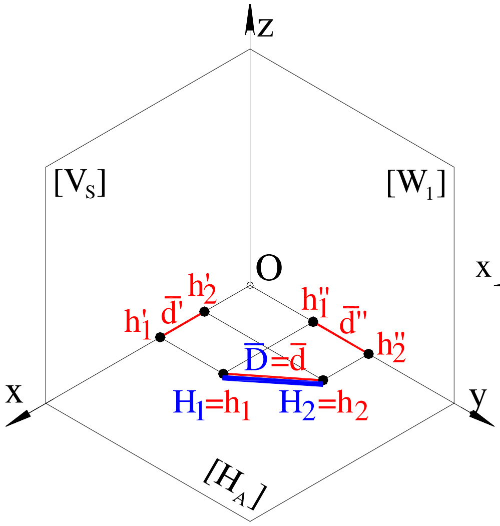



Fig.II.2.170

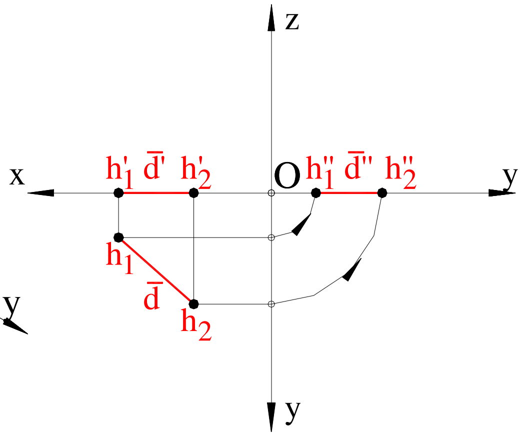



Fig.II.2.171

*Observație: Dacă pentru $\forall H \in [H]$, $H \equiv h$, iar h' şi h'' se află pe axe*
*(vezi II.1 Proiecția ortogonală a punctului. Puncte particulare);*
*analog,* ***$\forall \overline{D} \in [H]$, $\overline{D} \equiv \overline{d}$, iar $\overline{d}'$ şi $\overline{d}''$ se află pe axe.***

Fie $\overline{D_1}$ || [H] (vezi II.2.4 Drepte particulare)

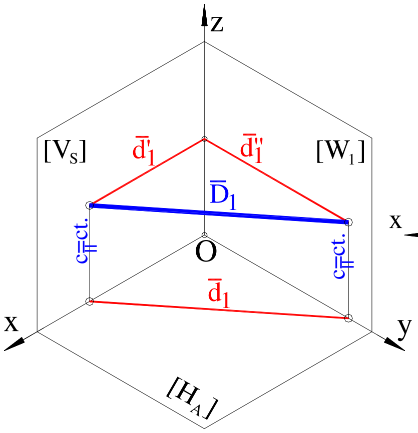



Fig.II.2.172

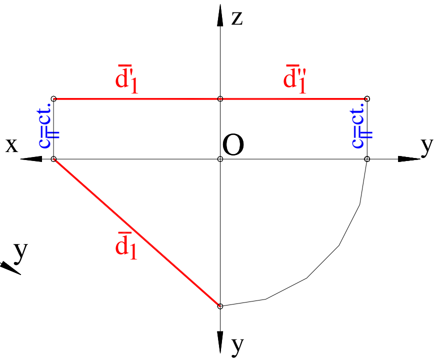



Fig.II.2.173

$$\overline{D_1} \parallel \overline{d_1},$$
$$\overline{d'_1} \parallel OX,$$
$$\overline{d''_1} \parallel OY,$$

la distanța c = ct. de axe.

Dacă c = ct. = 0, $\overline{D_1}$ devine:

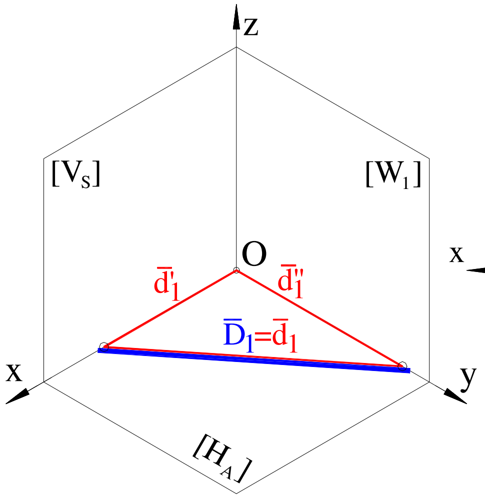



Fig.II.2.174

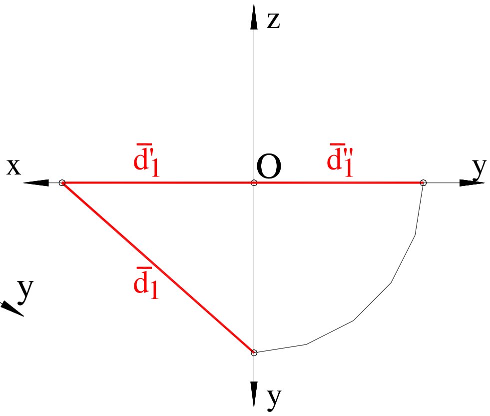



Fig.II.2.175

*Concluzie:* *Dacă $\overline{D}$ ∊ [H], atunci ea este o dreaptă particulară, şi anume,*
***o orizontală $\overline{D} \equiv \overline{D_1}$, pentru care c = ct. = 0.***
*Proiecțiile dreptei vor avea acelaşi traseu cu ale oricărei orizontale, dar la distanța c = 0 față de axe, adică:*
***$\forall\, \overline{D_1}$ ∊ [H], $\overline{D_1} \equiv \overline{d_1}$, iar $\overline{d'_1}$ şi $\overline{d''_1}$ se află pe axe.***

Urmele dreptei $\overline{D_1}$ *(c = 0)*

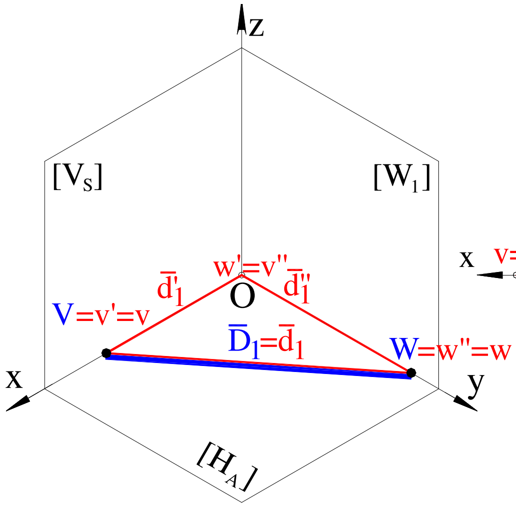



Fig.II.2.176

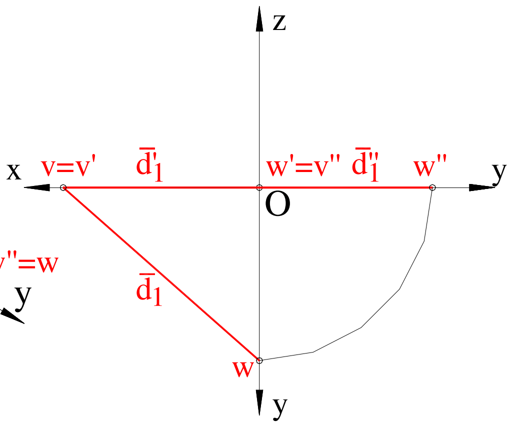



Fig.II.2.177

**H:** $\overline{D_1} \in$ [H], dar $\overline{D_1} \not\cap$ [H], pentru că are o infinitate de puncte comune cu [H], (Intersecția unei drepte cu un plan este un punct şi nu o infinitate de puncte) $\Rightarrow \nexists\ \mathbf{H} \in \overline{D_1}$ **.**

**V:** $\overline{d_1} \cap$ OX = v, V ≡ v' şi v'v = c (vezi II.2.4 Drepte particulare $\overline{D_1}$ )
Dar **c = 0** $\Rightarrow$ **V = v' = v.**

**W:** $\overline{d_1} \cap$ OY = w; W ≡ w'' şi w''w = c (vezi II.2.4 Drepte particulare $\overline{D_1}$ )
Dar **c = 0** $\Rightarrow$ **W = w'' = w.**

## 2. $\overline{D} \in$ [V]

Fie V $\in$ [V] (vezi II.1 Proiecția ortogonală a punctului. Puncte particulare)

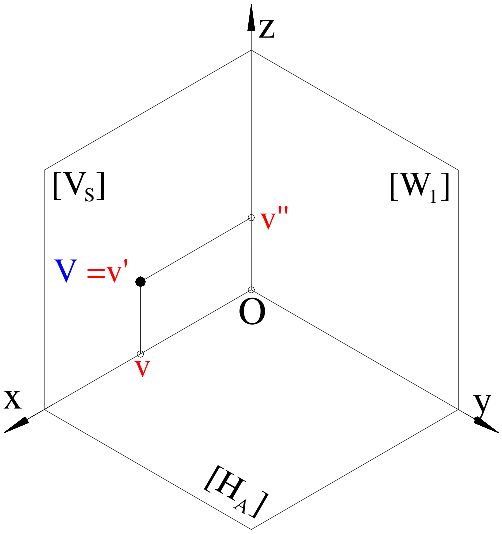



Fig.II.2.178

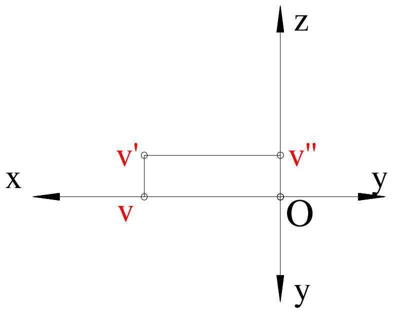



Fig.II.2.179

şi $V_1 \neq V_2$; $V_1 \in$ [V], $V_2 \in$ [V], $V_1 + V_2 = \overline{D}$

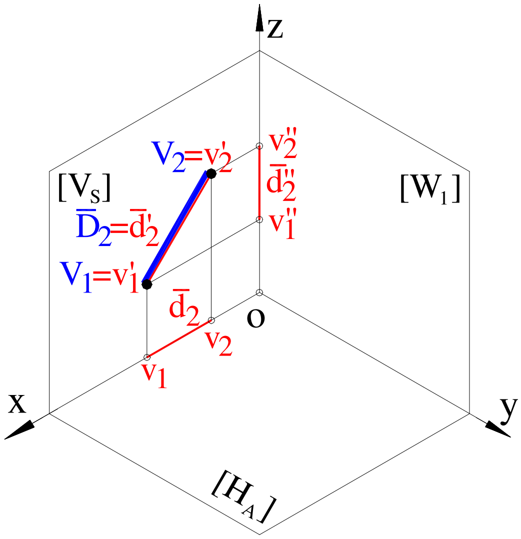



Fig.II.2.180

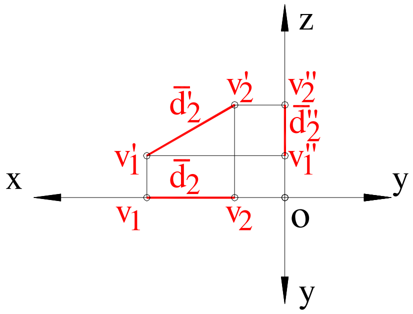



Fig.II.2.181

*Observație:* *Dacă pentru $\forall V \in$ [V], $V \equiv v'$, iar v şi v'' se află pe axe (vezi II.1 Proiecția ortogonală a punctului. Puncte particulare) analog,* ***$\forall\, \overline{D} \in$ [V], $\overline{D} \equiv \overline{d}'$, iar $\overline{d}$ şi $\overline{d''}$ se află pe axe.***

Fie $\overline{D_2}$ || [V] (vezi II.2.4 Drepte particulare)

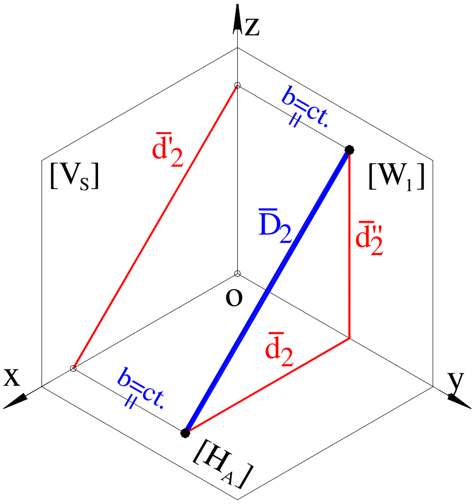



Fig.II.2.182

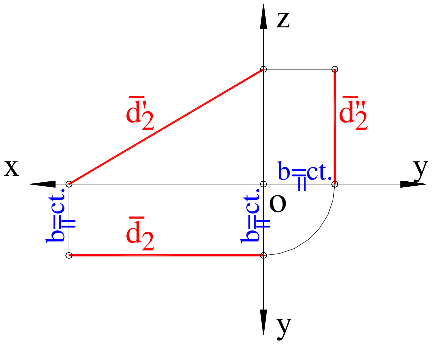



Fig.II.2.183

$$\overline{D_2} \parallel \overline{d'_2},$$
$$\overline{d_2} \parallel OX,$$
$$\overline{d''_2} \parallel OZ,$$

la distanța b = ct. de axe.

Dacă b = ct. = 0, $\overline{D_2}$ devine:

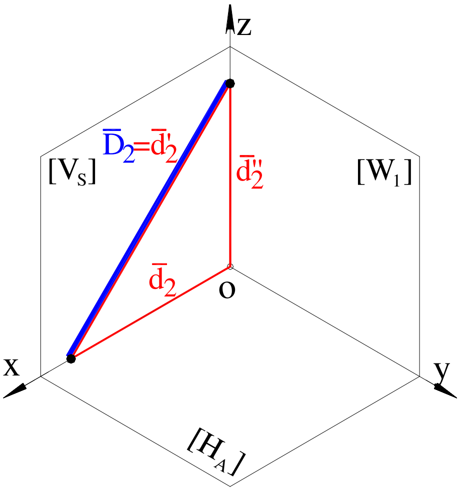



Fig.II.2.184

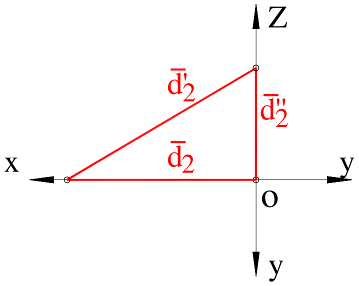



Fig.II.2.185

*Concluzie:* *Dacă $\overline{D}$ **∊ [V],** atunci ea este o dreaptă particulară, şi anume,*
***o frontală $\overline{D} \equiv \overline{D_2}$, pentru care b = ct. = 0.***
*Proiecțiile dreptei vor avea acelaşi traseu cu ale oricărei frontale, dar la distanța b = 0 față de axe, adică:*
***$\forall\, \overline{D_2} \in$ [V], $\overline{D_2} \equiv \overline{d'_2}$, iar $\overline{d_2}$ şi $\overline{d''_2}$ se află pe axe.***

Urmele dreptei $\overline{D_2}$ *(b = 0)*

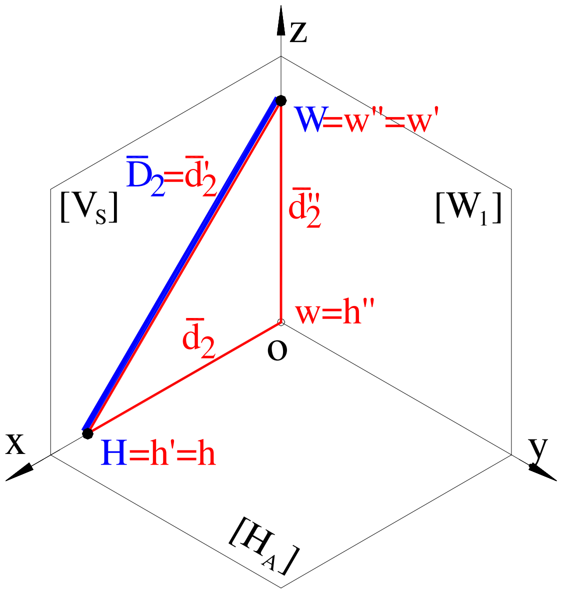



Fig.II.2.186

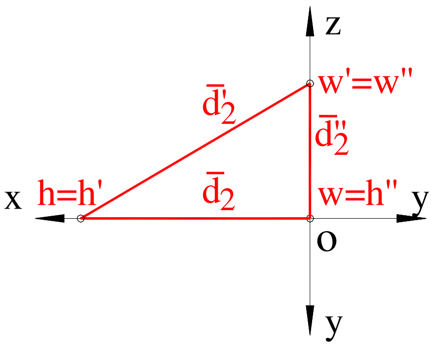



Fig.II.2.187

**H:** $\overline{d'_2} \cap OX = h'$, $H \equiv h$ și $h'h = c$ (vezi II.2.4 Drepte particulare $\overline{D_2}$)
Dar **b = 0** $\Rightarrow$ **H = h' = h.**

**V:** $\overline{D_2} \in [V]$, dar $\overline{D_2} \not\cap [V]$, pentru că are o infinitate de puncte comune cu [V], (Intersecția unei drepte cu un plan este un punct și nu o infinitate de puncte)
$\Rightarrow \nexists$ **V** $\in \overline{D_2}$ **.**

**W:** $\overline{d'_2} \cap OZ = w'$; $W \equiv w''$ și $w''w' = b$ (vezi II.2.4 Drepte particulare $\overline{D_2}$)
Dar b = **0** $\Rightarrow$ **W = w'' = w'.**

## 3. $\overline{D} \in [W]$

Fie W $\in$ [W] (vezi II.1 Proiecția ortogonală a punctului. Puncte particulare)

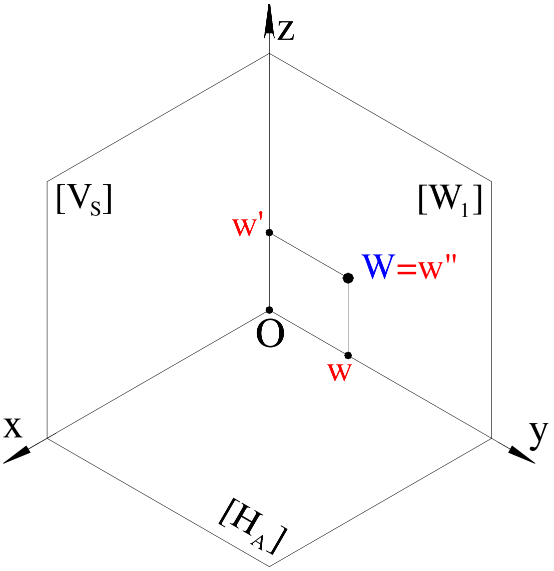



Fig.II.2.189

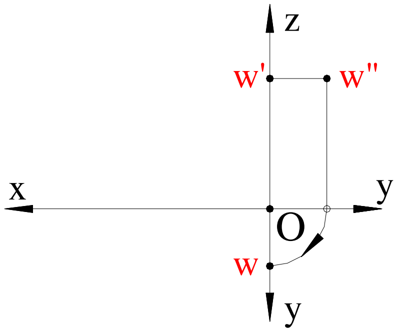



Fig.II.2.190

şi $W_1 \neq W_2$; $W_1 \in$ [W], $W_2 \in$ [W], $W_1 + W_2 = \overline{D}$

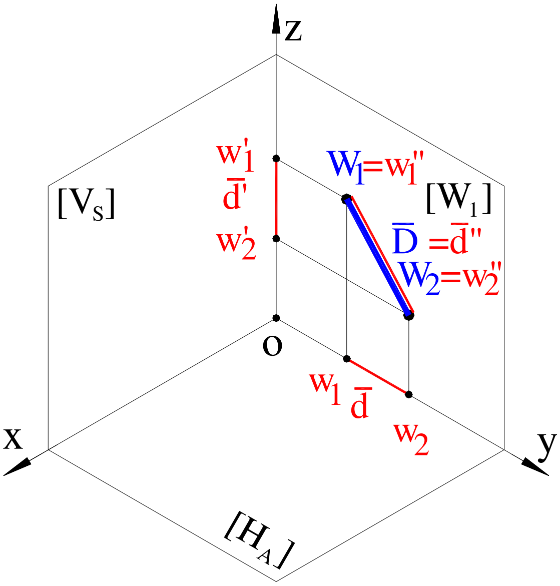



Fig.II.2.191

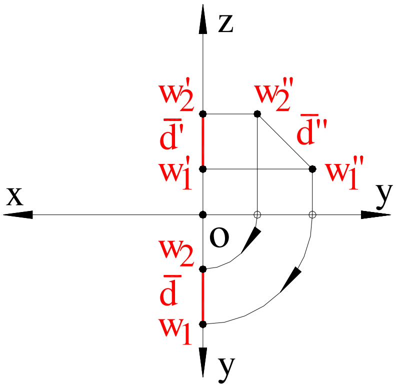



Fig.II.2.192

*Observație:* *Dacă pentru $\forall W \in [W]$, $W \equiv w''$, iar w şi w' se află pe axe (vezi II.1 Proiecția ortogonală a punctului. Puncte particulare) analog,* ***$\forall \overline{D} \in [W]$, $\overline{D} \equiv \overline{d''}$, iar $\overline{d'}$ şi $\overline{d}$ se află pe axe.***

Fie $\overline{D_3}$ || [W] (vezi II.2.4 Drepte particulare)

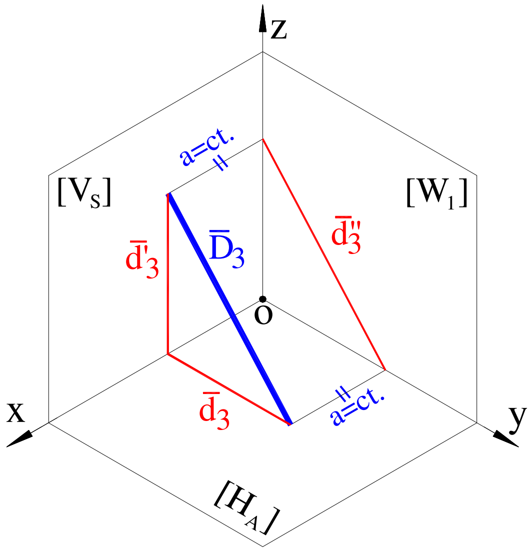



Fig.II.2.193

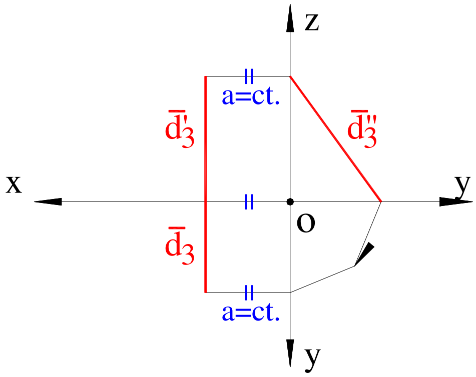



Fig.II.2.194

$$\overline{D_3} \parallel \overline{d''_3},$$
$$\overline{d_3} \parallel OY,$$
$$\overline{d'_3} \parallel OZ,$$

la distanța a = ct. de axe.

Dacă a = ct. = 0, $\overline{D_3}$ devine:

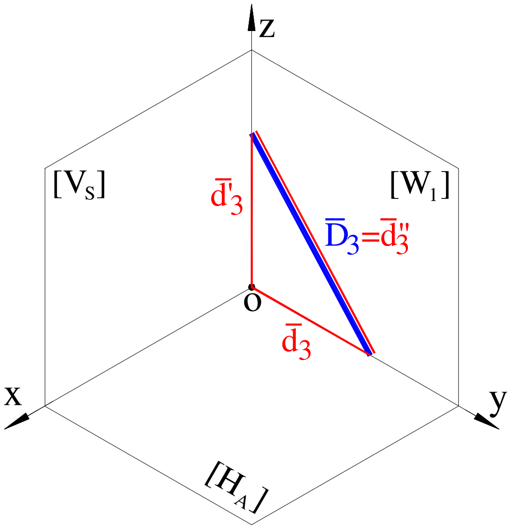



Fig.II.2.195

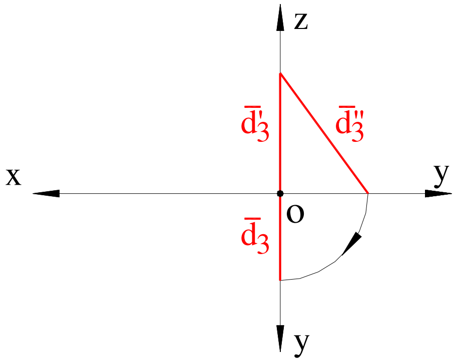



Fig.II.2.196

*Concluzie:* *Dacă $\overline{D_3}$ ∈ [W], atunci ea este o dreaptă particulară, și anume,*

***o dreaptă de profil $\overline{D} \equiv \overline{D_3}$, pentru care a = ct. = 0.***

*Proiecțiile dreptei vor avea același traseu cu ale oricărei drepte de profil, dar la distanța a = 0 față de axe, adică:*

***$\forall\, \overline{D_3} \in$ [W], $\overline{D_3} \equiv \overline{d''_3}$, iar $\overline{d_3}$ și $\overline{d'_3}$ se află pe axe.***

Urmele dreptei $\overline{D_3}$ *(a = 0)*

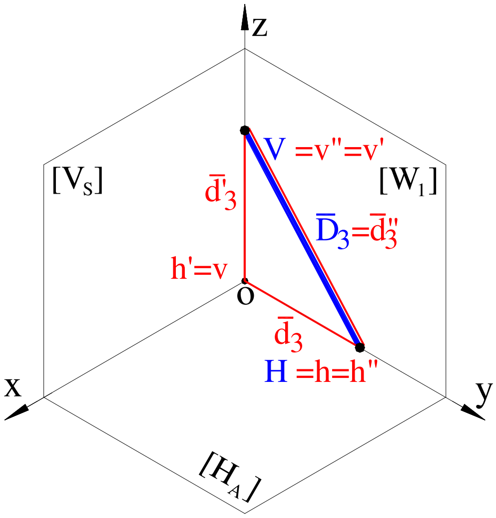



Fig.II.2.197

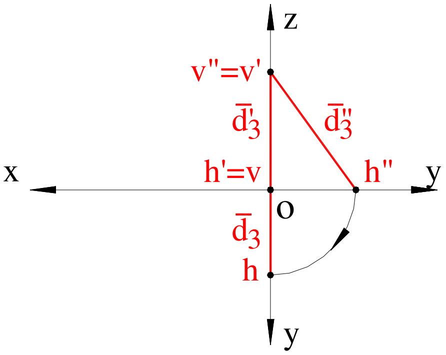



Fig.II.2.198

**H:** $\overline{d''_3} \cap OY = h''$, $H \equiv h$ şi $hh'' = a$ (vezi II.2.4 Drepte particulare $\overline{D_3}$)

Dar **a = 0** $\Rightarrow$ **H = h = h''.**

**V:** $\overline{d''_3} \cap OZ = v''$; $V \equiv v'$ şi $v'v'' = a$ (vezi II.2.4 Drepte particulare $\overline{D_3}$)

Dar **a = 0** $\Rightarrow$ **V = v' = v''.**

**W:** $\overline{D_3} \in$ [W], dar $\overline{D_3} \not\cap$ [W], pentru că are o infinitate de puncte comune cu [W], (Intersecția unei drepte cu un plan este un punct şi nu o infinitate de puncte) $\Rightarrow \nexists$ **W** $\in \overline{D_3}$ **.**

## INTERSECȚIA DREPTELOR DIN PLANELE DE PROIECȚIE

**1.** $\overline{D_1} \cap \overline{D_2}$,

unde $\overline{D_1} \subset$ [H] şi $\overline{D_2} \subset$ [V] (vezi II.2.4.3 Drepte Particulare în planele de proiecție)

Dacă $\overline{D_1} \subset$ [H], $\overline{D_2} \subset$ [V] şi $\overline{D_1} \cap \overline{D_2} = I_1$

$\Downarrow$ $\Downarrow$

$I_1 \in$ [H] $I_1 \in$ [V] $\Rightarrow I_1 =$ [H] $\cap$ [V]

$\Downarrow$ $\Downarrow$

$i_1' \in Ox$ $i_1 \in Ox$ (vezi II.1 Proiecția ortogonală a punctului. Puncte particulare)

$\Downarrow$

$I_1 \equiv i_1' \equiv i_1$ şi $I_1, i_1', i_1 \in Ox$

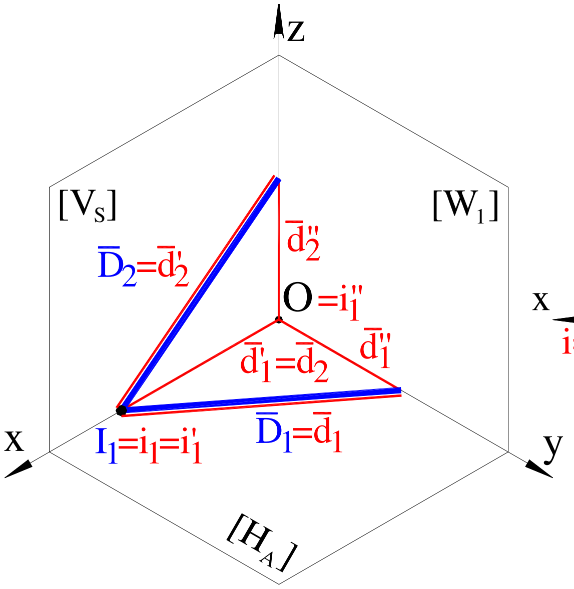



Fig.II.2.199

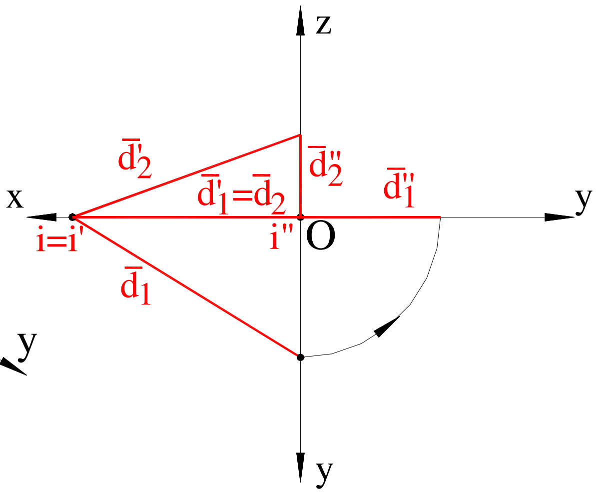



Fig.II.2.200

$$i_1 = \overline{d_1} \cap \overline{d_2}\ ,\quad i_1 \in Ox$$
$$i_1' = \overline{d'_1} \cap \overline{d'_2}\ ,\quad i_1' \in Ox$$
$$i_1'' = \overline{d''_1} \cap \overline{d''_2}\ ,\quad i_1'' = O$$

**2.** $\overline{D_1} \cap \overline{D_3}$,

unde $\overline{D_1} \subset$ [H] şi $\overline{D_3} \subset$ [W] (vezi II.2.4.3)

Dacă $\overline{D_1} \subset$ [H], $\quad \overline{D_3} \subset$ [W] şi $\overline{D_1} \cap \overline{D_3} = I_2$

$\Downarrow \qquad \Downarrow$

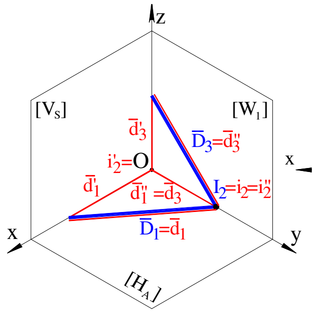
$I_2 \in$ [H] $\qquad I_2 \in$ [W] $\qquad \Rightarrow I_2 =$ [H] $\cap$ [W]

$\Downarrow \qquad \Downarrow$

$i_2'' \in Oy \qquad i_2 \in Oy$

$\Downarrow$

$I_2 \equiv i_2'' \equiv i_2$ şi $I_2, i_2'', i_2 \in Oy$



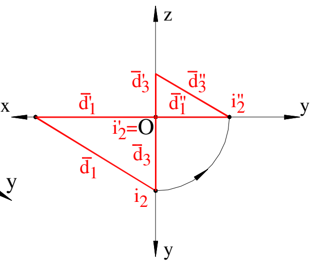




Fig.II.2.201 $\qquad$ Fig.II.2.202

$i_2 = \overline{d_1} \cap \overline{d_3}$ , $\quad i_2 \in Oy$

$i_2' = \overline{d'_1} \cap \overline{d'_3}$ , $\quad i_2' = O$

$i_2'' = \overline{d''_1} \cap \overline{d''_3}$ , $\quad i_2'' \in Oy$

**3.** $\overline{D_2} \cap \overline{D_3}$,

unde $\overline{D_2} \subset$ [V] şi $\overline{D_3} \subset$ [W] (vezi II.2.4.3)

Dacă $\overline{D_2} \subset$ [V], $\quad \overline{D_3} \subset$ [W] şi $\overline{D_2} \cap \overline{D_3} = I_3$

$\Downarrow \qquad \Downarrow$

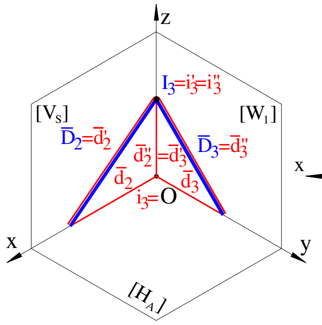
$I_3 \in$ [V] $\qquad I_3 \in$ [W] $\qquad \Rightarrow I_3 =$ [V] $\cap$ [W] $\Rightarrow I_3 \in Oz$

$\Downarrow \qquad \Downarrow$

$i_3'' \in Oz \qquad i_3' \in Oz \qquad$ (vezi II.1 Puncte particulare)

$\Downarrow$

$I_3 \equiv i_3' \equiv i_3''$ şi $I_3, i_3', i_3'' \in Oz$



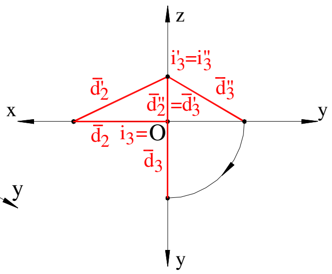




Fig.II.2.203 $\qquad$ Fig.II.2.204

$i_3 = \overline{d_2} \cap \overline{d_3}$ , $\quad i_3 = O$

$i_3' = \overline{d'_2} \cap \overline{d'_3}$ , $\quad i_3' \in Oz$

$i_3'' = \overline{d''_2} \cap \overline{d''_3}$ , $\quad i_3'' \in Oz$