CONCURSUL STUDENȚESC DE MATEMATICĂ „TRAIAN LALESCU”

CONDIȚII DE PARTICIPARE

Echipele universităților participante vor fi formate din maximum 5 studenți pentru fiecare secțiune. Suplimentarea acestor locuri se poate face doar ca excepție, cu acordul organizatorilor, în funcție de disponibilitatea de cazare, solicitarea fiind făcută înainte de data limită de înscriere la concurs (..........).
Participarea cadrelor didactice însoțitoare este limitată la maximum 2 cadre didactice pe universitate participantă. Echipele cu cel mult 3 studenți vor fi însoțite de un cadru didactic.
Suplimentarea acestor locuri se poate face doar ca excepție, cu acordul organizatorilor, în funcție de disponibilitatea de cazare, solicitarea fiind făcută înainte de data limită de înscriere la concurs (..........).
Cheltuielile de transport și de diurnă (dacă se acordă) vor fi suportate de universitățile participante.
Înscrierea la concurs se face completând formularul din secțiunea participanți prin e-mail la adresa ...., de către coordonatorul echipei (un cadru didactic pe universitate participantă, dintre cadrele însoțitoare), care are obligația de a trimite lista cu studenții participanți, selectați la etapa pe universitate, menționând secțiunea la care aceștia participă, precum și lista cu cadrele didactice însoțitoare și datele de sosire-plecare.
Data limită de înscriere la concurs este ....

REGULAMENTUL CONCURSULUI

Art. 1. Proba de concurs durează 4 ore.
Art. 2. Proba de concurs este compusă din patru probleme, punctajul maxim pe fiecare problemă fiind 10 puncte.
Art. 3. Concursul va avea loc ....
Art. 4. Corectarea lucrărilor se va face de către echipe de doi corectori/subiect în după-amiaza zilei de ....
Art. 5. Contestațiile vor fi analizate de un juriu desemnat de organizatori, urmând, apoi, anunțarea rezultatelor definitive.
Art. 6. Festivitatea de premiere va avea loc ....
Art. 7. Fiecare echipă va veni cu un set de propuneri de probleme cu rezolvări complete, tehnoredactate în Word (format .docx sau .doc). Selecția subiectelor pentru concurs se face de către toți coordonatorii echipelor în dimineața concursului, începând cu ora 7:30, din subiectele propuse de echipe.

PROGRAMĂ
SECȚIUNEA A (anii I și II, Facultăți de Matematică)

I. Structuri algebrice

Legi de compoziție. Monoizi.
Grupuri. Ordinul unui element într-un grup. Teorema lui Lagrange. Subgrup normal, grup factor, teorema fundamentală de izomorfism pentru grupuri. Grupuri ciclice. Grupuri de permutări.
Inele, ideale, inel factor, teorema fundamentală de izomorfism pentru inele. Inele de matrice.

Corpuri, caracteristica unui corp. Corpul fracțiilor unui domeniu de integritate.

II. Polinoame
Inele de polinoame într-un număr finit de nedeterminate peste un inel comutativ.
Funcții polinomiale. Rădăcini ale polinoamelor. Teorema lui Bezout. Relațiile lui Viete.
Polinoame simetrice. Teorema fundamentală a polinoamelor simetrice, formulele lui Newton.

III. Algebră liniară
Spații vectoriale. Subspații vectoriale. (In)dependență liniară, bază, dimensiune. Aplicații liniare, nucleu, imagine.
Matrice, rang, determinanți, sisteme de ecuații liniare.
Vectori și valori proprii. Teorie Jordan.
Forme biliniare și forme pătratice. Spații vectoriale euclidiene, baze ortogonale și ortonormate, aplicații ortogonale.

IV. Analiză matematică
Șiruri și serii de numere complexe.
Șiruri și serii de funcții, serii de puteri. Convergență uniformă.
Topologie generală: compacitate, conexiune, spații metrice, spații normate.
Continuitate în R, continuitate uniformă. Teorema de aproximare a lui Weierstrass.
Calcul diferențial în R. Teoremele clasice ale calculului diferențial.
Integrala Riemann-Stieltjes. Teoremele clasice ale calculului integral. Criteriul lui Lebesgue de integrabilitate Riemann.
Integrale improprii, integrale cu parametru. Funcțiile Gama și Beta. Formula lui Stirling.
Serii Fourier. Teorema de aproximare a lui Weierstrass, varianta trigonometrică.

V. Geometrie
Geometrie afină. Spații afine. Repere afine și carteziene. Ecuațiile varietăților liniare. Aplicații afine. Grupul afin. Translații, omotetii, simetrii. Conice și cuadrice în spații afine. Clasificarea afină a hipercuadricelor.
Geometrie euclidiană. Spații euclidiene. Varietăți liniare perpendiculare. Izometrii. Conice și cuadrice în spații euclidiene. Clasificarea metrică a hipercuadricelor.
Geometrie proiectivă. Spații proiective, subspații proiective, morfisme proiective. Teorema fundamentală a geometriei proiective. Clasificarea proiectivă a hipercuadricelor.

PROGRAMĂ
SECȚIUNEA B (anul I - profil electric, facultăți tehnice/Facultatea de Informatică)

ANALIZĂ MATEMATICĂ
1. Mulțimi de numere
Mulțimea numerelor reale și elemente de topologie. Puncte de acumulare și puncte aderente. Vecinătăți. Dreapta încheiată. Submulțimi numărabile și de puterea continuului. Submulțimi dense. Inegalități remarcabile.

2. Șiruri și serii de numere
Șiruri de numere. Șiruri definite prin recurențe.
Serii de numere. Criterii de convergență pentru serii cu termeni pozitivi și oarecare.

3. Funcții continue

Limite de funcții de una sau mai multe variabile. Puncte limită.
Funcții elementare.
Proprietatea Darboux.
Continuitate uniformă. Funcții continue pe mulțimi compacte.

4. Șiruri și serii de funcții
Convergență punctuală și uniformă.
Transmiterea proprietăților de continuitate, derivabilitate și integrabilitate la limita șirului sau suma seriei.
Serii de puteri. Dezvoltarea funcțiilor elementare în serii de puteri.
Serii Fourier. Inegalitatea lui Bessel, formula lui Parseval.

5. Calcul diferențial pentru funcții de una și de mai multe variabile
Teoreme asupra funcțiilor derivabile pe intervale: Fermat, Darboux, Cauchy, Lagrange.
Formula lui Taylor pentru funcții de o variabilă reală cu restul Lagrange.
Derivate parțiale. Derivata după direcție.
Derivarea funcțiilor compuse.
Diferențiala funcțiilor de una și mai multe variabile. Formula lui Taylor pentru funcții de mai multe variabile.
Extreme de funcții.

6. Calcul integral
Integrala Riemann.
Integrale improprii și criterii de convergență.
Integrale cu parametru. Continuitatea, derivabilitatea și integrabilitatea integralei cu parametru. Funcțiile Beta și Gama ale lui Euler.

ALGEBRĂ
1. Matrice și determinanți
Determinanți.
Transformări elementare. Matrice simetrice, antisimetrice, ortogonale.
Calcul cu matrice de blocuri.
Sisteme de ecuații liniare.

2. Spații vectoriale
Subspații liniare. Subspațiul generat. Operații cu subspații.
Bază și dimensiune Matricea schimbării de baze.

3. Aplicații liniare
Nucleu și imagine. Matricele unei aplicații liniare.
Valori proprii și vectori proprii pentru endomorfisme și forma diagonală.
Forma canonică Jordan (fără algoritmul de calcul).
Polinom caracteristic; teorema Cayley-Hamilton.
Forme liniare, biliniare și pătratice. Forma canonică a unei forme pătratice.

4. Spații euclidiene și normate
Produs scalar. Norma indusă. Distanța euclidiană.
Ortogonalizare Gram-Schmidt.
Determinanți Gram. Distanța de la un vector la un subspațiu.
Complementul ortogonal al unui subspațiu.

Operatori ortogonali.
Metoda transformărilor ortogonale pentru forma canonică a unei forme pătratice.
Spații normate. Norme matriceale, serii de puteri ale unei matrice.

GEOMETRIE

1. Geometrie vectorială

Spațiul vectorial al vectorilor liberi.Vectori de poziție.
Produse cu vectori: scalar, vectorial, mixt.
Ecuații vectoriale pentru dreaptă, plan, cerc, sferă.

2. Geometrie analitică

Coordonate în plan și spațiu.
Dreapta în spațiu. Planul în spațiu. Perpendiculara comună a două drepte.
Conice și cuadrice pe ecuații reduse.
Reducerea la forma canonică a conicelor și cuadricelor.

PROGRAMĂ
SECȚIUNEA C (anul I - profil neelectric, facultăți tehnice)

ANALIZĂ MATEMATICĂ

1. Mulțimi de numere

Mulțimea numerelor reale și elemente de topologie. Inegalități remarcabile.

2. Șiruri și serii de numere

Șiruri de numere. Șiruri definite prin recurențe.
Serii de numere. Criterii de convergență pentru serii cu termeni pozitivi și oarecare.

3. Funcții continue

Limite de funcții de una sau mai multe variabile. Puncte limită.
Funcții elementare.
Proprietatea Darboux.
Continuitate uniformă. Funcții continue pe mulțimi compacte.

4. Șiruri și serii de funcții

Convergență punctuală și uniformă.
Transmiterea proprietăților de continuitate, derivabilitate și integrabilitate la limita șirului sau suma seriei.
Serii de puteri. Dezvoltarea funcțiilor elementare în serii de puteri.

5. Calcul diferențial pentru funcții de una și de mai multe variabile

Teoreme asupra funcțiilor derivabile pe intervale: Fermat, Darboux, Cauchy, Lagrange.
Formula lui Taylor pentru funcții de o variabilă reală cu restul Lagrange.
Derivate parțiale. Derivata după direcție.
Derivarea funcțiilor compuse.
Diferențiala funcțiilor de una și mai multe variabile. Formula lui Taylor pentru funcții de mai multe variabile.
Extreme de funcții.

6. Calcul integral

Integrala Riemann.
Integrale improprii și criterii de convergență.
Integrale cu parametru. Continuitatea, derivabilitatea și integrabilitatea integralei cu parametru. Funcțiile Beta și Gama ale lui Euler.

ALGEBRĂ
1. Matrice și determinanți
Determinanți.
Matrice simetrice, antisimetrice, ortogonale.
Sisteme de ecuații liniare.

2. Spații vectoriale
Subspații liniare. Subspațiul generat. Operații cu subspații.
Bază și dimensiune Matricea schimbării de baze.

3. Aplicații liniare
Nucleu și imagine. Matricele unei aplicații liniare.
Valori proprii și vectori proprii pentru endomorfisme și forma diagonală.
Polinom caracteristic; teorema Cayley-Hamilton.
Forme liniare, biliniare și pătratice. Forma canonică a unei forme pătratice.

4. Spații euclidiene și normate
Produs scalar. Norma indusă. Distanța euclidiană.
Ortogonalizare Gram-Schmidt.
Complementul ortogonal al unui subspațiu.
Metoda transformărilor ortogonale pentru forma canonică a unei forme pătratice.
Spații normate.

GEOMETRIE
1. Geometrie vectorială
Spațiul vectorial al vectorilor liberi. Vectori de poziție.
Produse cu vectori: scalar, vectorial, mixt.
Ecuații vectoriale pentru dreaptă, plan, cerc, sferă.

2. Geometrie analitică
Coordonate în plan și spațiu.
Dreapta în spațiu. Planul în spațiu. Perpendiculara comună a două drepte.
Conice și cuadrice. Reducerea la forma canonică a conicelor și cuadricelor.

PROGRAMĂ
SECȚIUNEA D (anii I și II – profil electric, facultăți tehnice)

MATEMATICI SPECIALE
1. Funcții complexe
Funcții olomorfe. Condițiile Cauchy-Riemann.
Serii Taylor. Serii Laurent.
Funcții elementare.
Formula integrală a lui Cauchy. Teoremele reziduurilor și semireziduurilor.

Aplicații la calculul unor clase de integrale reale.

2. Transformate integrale
Serii Fourier. Inegalitatea lui Bessel, formula lui Parseval.
Transformata Fourier. Aplicații.
Transformata Laplace. Aplicații.

PROGRAMĂ
SECȚIUNEA E (anul II – profil neelectric, facultăți tehnice)

MATEMATICI SPECIALE
1. Funcții complexe
Funcții olomorfe. Condițiile Cauchy-Riemann.
Serii Taylor. Serii Laurent.
Funcții elementare.
Formula integrală a lui Cauchy. Teoremele reziduurilor și semireziduurilor.
Aplicații la calculul unor clase de integrale reale.

2. Transformate integrale
Serii Fourier. Inegalitatea lui Bessel, formula lui Parseval.
Transformata Fourier. Aplicații.
Transformata Laplace. Aplicații.

Notă. Dacă la una dintre secțiunile D sau E nu sunt minim 6 studenți, atunci secțiunea respectivă se suspendă și se creează o singură secțiune.